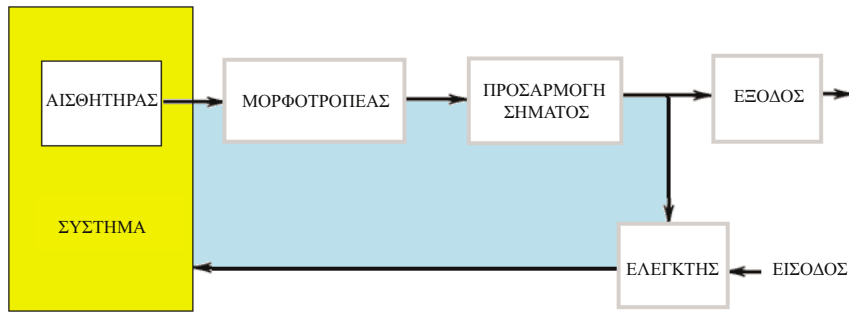


- Έξοδος → Κίνηση κινητήρα DC.
- Ελεγκτής → Διαφορικός ενισχυτής



ΑΣΚΗΣΗ 1.16

Να δώσετε το εύρος τιμών των δεδομένων ενός βαθμονομημένου ηλεκτρονικού μικρόμετρου.

x(μm)	y(mV)
0,9	0,3
1,7	1,2
3,0	1,9
5,5	6,9
14,0	15,4
22,2	36,8
51,0	115,5
110,0	280,2

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Εύρος τιμών εισόδου από $0,9 \leq X \leq 110,0 \mu\text{m}$, συνεπώς: $x=109,1 \mu\text{m}$.
- Εύρος τιμών εξόδου από $0,3 \leq Y \leq 280,2 \text{ mV}$, συνεπώς: $y=279,9\text{mV}$.

ΑΣΚΗΣΗ 1.17

Με βάση τα παρακάτω δεδομένα βαθμονόμησης ενός οργάνου μέτρησης τάσης να υπολογιστεί η μέγιστη υστέρηση που παρουσιάζει το όργανο σε εύρος πλήρους κλίμακας. Δίνεται εύρος εισόδου οργάνου 10 mV.

Αύξουσα τιμή τάσης εισόδου		Φθίνουσα τιμή τάσης εισόδου	
X (mV)	Y (mV)	X (mm)	Y (mV)
0,0	0,22	10,0	10,03
1,0	1,22	9,0	9,01
2,0	2,21	8,0	8,0
3,0	3,10	7,0	7,01
4,0	4,25	6,0	6,33
5,0	5,15	5,0	5,14
6,0	6,22	4,0	4,35
7,0	6,91	3,0	3,35
8,0	8,11	2,0	2,32
9,0	9,05	1,0	1,32
10	10,05	0,0	0,31

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για τη εύρεση της μέγιστης υστέρησης υπολογίζουμε τη διαφορά μεταξύ των τιμών μέτρησης για το ίδιο σημείο.

x(mV)	y(αύξουσα τάση) (mV)	y(φθίνουσα τάση) (mV)	Υστέρηση (mV)
0,0	0,22	0,31	0,09
1,0	1,22	1,32	0,1
2,0	2,21	2,32	0,11
3,0	3,1	3,25	0,15
4,0	4,25	4,35	0,1
5,0	5,15	5,14	-0,01
6,0	6,22	6,43	0,21
7,0	6,91	7,01	0,1
8,0	8,11	8	-0,11
9,0	9,05	9,01	-0,04
10,0	10,05	10,03	-0,02

Η μέγιστη υστέρηση εμφανίζεται στο σημείο 6 με τιμή 0,21mV. Σε εύρος πλήρους κλίμακας υπολογίζεται:

$$\%(\epsilon_h)_{\max} = 100 \times \left(\frac{0,21 \text{ mV}}{10 \text{ mV}} \right) = 2,1\%$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.18

Υπολογίστε την στατική ευαισθησία K για κάθε x και σχεδιάστε τη γραφική απεικόνισή της.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η στατική ευαισθησία υπολογίζεται από την κλίση της γραμμής τάσης: $y = mx + b$

Υπολογίζουμε κάθε όρο από τις παρακάτω σχέσεις:

$$m = \frac{n \sum(x \cdot y) - (\sum(x) \sum(y))}{n \sum(x^2) - \sum(x)^2}$$

$$b = \frac{\sum(y) - m \sum(x)}{n}$$

x(mA)	y(mA)
1,1	0,8
3,0	1,8
6,5	5,1
8,6	6,2
9,9	7,7

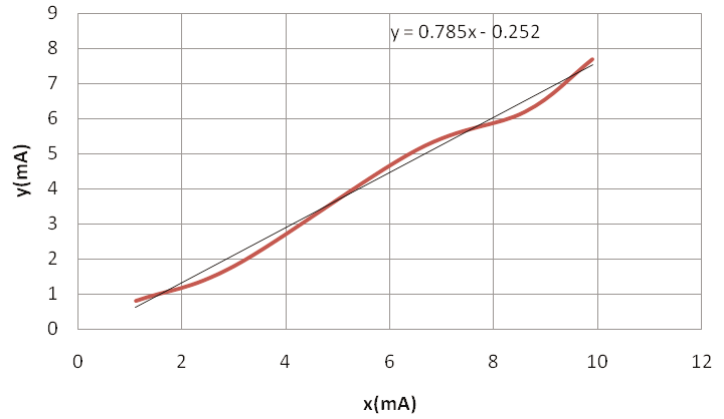
	(x)	(y)	(xy)	x ²
1	1,1	0,8	0,88	1,21
2	3,0	1,8	5,4	9,00
3	6,5	5,1	33,15	42,25
4	8,6	6,2	53,32	73,96
5	9,9	7,7	76,23	98,01
	$\sum(x)=29,10$	$\sum(y)=21,60$	$\sum(xy)=168,98$	$\sum(x^2)=224,43$
	$\sum(x)^2=846,81$			

$$m = \frac{n \sum(x \cdot y) - (\sum(x) \sum(y))}{n \sum(x^2) - \sum(x)^2} = 0,785$$

$$b = \frac{\sum(y) - m \sum(x)}{n} = -0,252$$

Η συνάρτηση της γραμμικής παρεμβολής δίνεται:

$$y = mx + b = 0,785x - 0,252$$



ΑΣΚΗΣΗ 1.19

Ένα σύστημα μέτρησης μικρομετρικών διαστημάτων παράγει τον παρακάτω πίνακα μετρήσεων κατά τη βαθμονόμησή του.

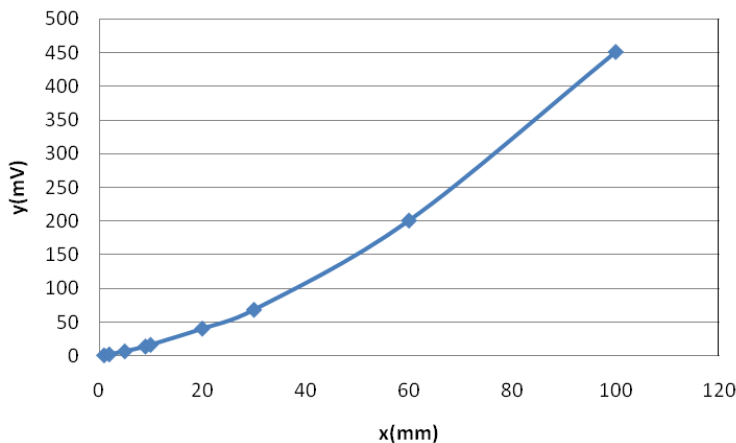
- 1) Δώστε τη μορφή εξίσωσης της προσαρμογής εισόδου/εξόδου του συστήματος (για την έρευνα της συσχέτισης μεταξύ της εξαρτώμενης μεταβλητής και της ανεξάρτητης).
- 2) Βρείτε τη μέγιστη στατική ευαισθησία του συστήματος.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- 1) Από τη γραφική παράσταση των δεδομένων σε καρτεσιανό γράφημα παρατηρούμε τη μη γραμμικότητά τους. Συνεπώς δεν αποτελεί μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης (*Linear Regression*)

Πίνακας μετρήσεων

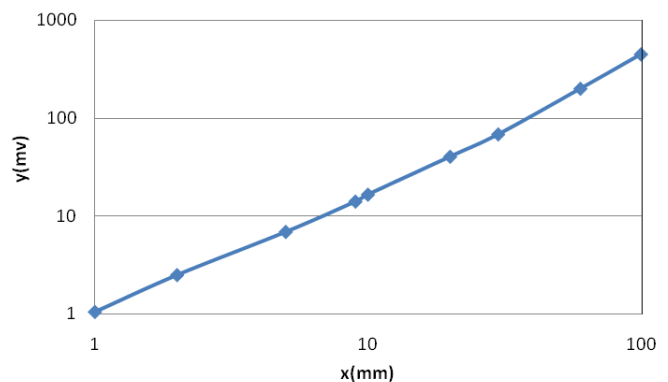
x(mm)	y(mV)
1	1,05
2	2,5
5	6,9
9	14,1
10	16,6
20	40,5
30	68,5
60	200,6
100	450,2



Για τη μελέτη του συστήματος εάν απεικονίσουμε τα δεδομένα σε γράφημα με λογαριθμικούς άξονες παρατηρούμε ότι μπορούμε εντοπίσουμε την ύπαρξη λογαριθμικής παλινδρόμησης για την οποία ισχύει:

$$\log(y) = \log(b) + a \cdot \log(x) \text{ οπότε: } y = a \cdot x^b$$

Από την παρατήρηση αυτή υπολογίζουμε τα a και b. Για την εύρεση τους υπολογίζουμε το $\ln(x)$ και $\ln(y)$ κάθε όρου:



$$m = \frac{n \sum(x \cdot y) - (\sum(x) \sum(y))}{n \sum(x^2) - \sum(x)^2} = 1,299, \quad b = \frac{\sum(y) - m \sum(x)}{n} = -0,0857$$

$$b = e^{-0,0857} = 0,917$$

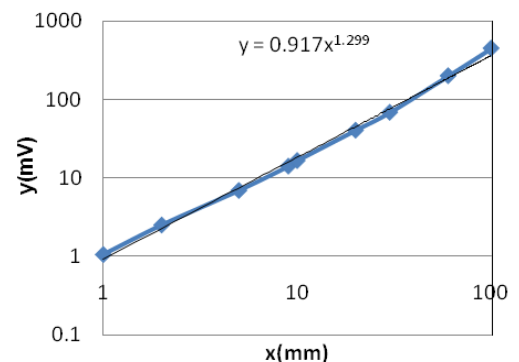
x(mm)	ln(x)	y(mV)	ln(y)
1	0	1,5	0,048
2	0,693	3,3	0,916
5	1,609	7,5	1,931
9	2,197	14,1	2,646
10	2,302	16,6	2,809
20	2,995	40,5	3,701
30	3,401	70,9	4,226
60	4,094	150,9	5,301
100	4,605	290,8	6,109

Συνεπώς ισχύει για το μοντέλο παλινδρόμησης:

$$y = m \cdot x^b = 0.917 \cdot x^{1.299}$$

2) Για τη μέγιστη στατική ευαισθησία $K \left(\frac{mV}{mm} \right)$ υπολογίζουμε με την κλίση $\left[\frac{dy}{dx} \right]$ για κάθε σημείο του x:

$$K = \left[\frac{dy}{dx} \right]_x \Rightarrow K = 1,191 \cdot x^{-1,299}$$



ΑΣΚΗΣΗ 1.20

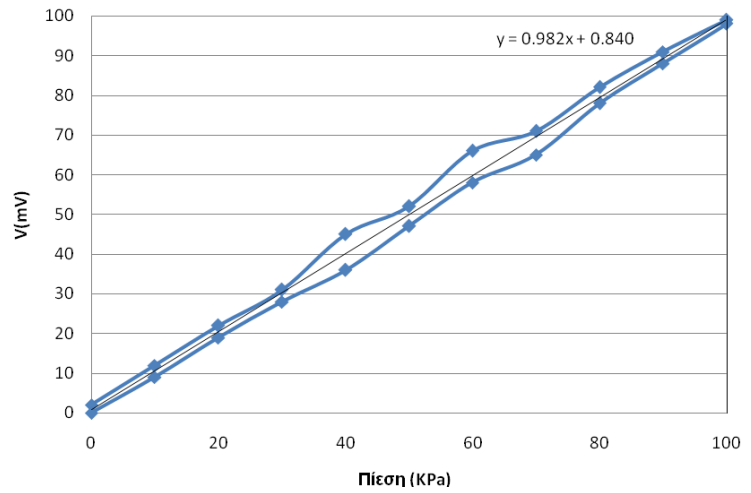
Για την αξιοπιστία ενός συστήματος μέτρησης πίεσης με κάψουλα και LVDT μετά από 2 χρόνια συνεχής λειτουργίας καταγράψαμε την καμπύλη βαθμονόμησης του αισθητήρα.

Αύξουσα πίεση (kPa)	Έξοδος (mV)	Φθίνουσα πίεση (kPa)	Έξοδος (mV)
0	2	100	98
10	12	90	88
20	22	80	78
30	31	70	65
40	45	60	58
50	52	50	47
60	66	40	36
70	71	30	28
80	82	20	19
90	91	10	9
100	99	0	0

Να υπολογιστεί:

- 1) Η περιοχή τιμών εισόδου.
- 2) Το εύρος τιμών εισόδου.
- 3) Η περιοχή τιμών εξόδου.
- 4) Το εύρος τιμών εξόδου.

- 5) Η στατική ευαισθησία.
- 6) Το συστηματικό σφάλμα
- 7) Το μέγιστο σφάλμα υστέρησης ως ποσοστό του εύρους.
- 8) Η μέγιστη απόκλιση σε mV από την προσαρμοσμένη ευθεία γραμμή.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- 1) Περιοχή τιμών εισόδου: 0-100 KPa
- 2) Εύρος τιμών εισόδου: 100 KPa
- 3) Περιοχή τιμών εξόδου: 0-99 mV
- 4) Εύρος τιμών εξόδου: 99mV
- 5) Η ευαισθησία του συστήματος:
 $K=0,982(kPa/mV)$
- 6) Το συστηματικό σφάλμα: +0,840
- 7) Το μέγιστο σφάλμα υστέρησης είναι στο σημείο μέτρησης των 40kPa με τιμή: 9mV.

Ως ποσοστό του εύρους: $fsd = 100 \frac{\max_{hyst}}{\epsilonυρο\varsigma_{εξοδου}} = 100 \frac{9mV}{99mV} = 9,09\%$

	Αύξουσα τιμή μέτρησης (mV)	Φθίνουσα τιμή μέτρησης (mV)	Διαφορά (mV)
0	2	0	2
10	12	9	3
20	22	19	3
30	31	28	3
40	45	36	9
50	52	47	5
60	66	58	8
70	71	65	6
80	82	78	4
90	91	88	3
100	99	98	1

- 8) Η μέγιστη απόκλιση από την προσαρμοσμένη ευθεία γραμμή παρουσιάζεται στο σημείο μέτρησης για 60kPa με τιμή 6,24mV.

Δύναμη (kPa)	Αύξουσα τιμή μέτρησης εξόδου (mV)	Φθίνουσα τιμή μέτρησης εξόδου (mV)	Διαφορά (mV)	Προσαρμοσμένη γραμμή $y = 0,982x + 0,840$	Μέγιστη απόκλιση κατά την αύξουσα τιμή μέτρησης εξόδου	Μέγιστη απόκλιση κατά την φθίνουσα τιμή μέτρησης εξόδου
0	2	0	2	0,84	1,16	-0,84
10	12	9	3	10,66	1,34	-1,66

Δύναμη (kPa)	Αύξουσα τιμή μέτρησης εξόδου (mV)	Φθίνουσα τιμή μέτρησης εξόδου (mV)	Διαφορά (mV)	Προσαρμοσμένη γραμμή $y = 0,982x + 0,840$	Μέγιστη απόκλιση κατά την αύξουσα τιμή μέτρησης εξόδου	Μέγιστη απόκλιση κατά την φθίνουσα τιμή μέτρησης εξόδου
20	22	19	3	20,48	1,52	-1,48
30	31	28	3	30,3	0,7	-2,3
40	45	36	9	40,12	4,88	-4,12
50	52	47	5	49,94	2,06	-2,94
60	66	58	8	59,76	6,24	-1,76
70	71	65	6	69,58	1,42	-4,58
80	82	78	4	79,4	2,6	-1,4
90	91	88	3	89,22	1,78	-1,22
100	99	98	1	99,04	-0,04	-1,04

ΑΣΚΗΣΗ 1.21

Η στατική βαθμονόμηση ενός αισθητήρα θερμομέτρου παρουσιάζει τον παρακάτω πίνακα:

Να υπολογιστεί:

- 1) Η περιοχή τιμών εισόδου.
- 2) Το εύρος τιμών εισόδου.
- 3) Η περιοχή τιμών εξόδου.
- 4) Το εύρος τιμών εξόδου.
- 5) Η στατική ευαισθησία.
- 6) Το συστηματικό σφάλμα.
- 7) Η μέγιστη μη γραμμικότητα του μετρητικού συστήματος ως ποσοστό του εύρους.

Θερμοκρασία	Έξοδος (mV)
-50	-39
-40	-17,46
-30	-12,97
-20	-8,48
-10	-3,99
0	0,5
10	4,99
20	9,48
30	13,97
40	18,46
50	22,95

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- 1) Περιοχή τιμών εισόδου: -50 έως +50 °C
- 2) Εύρος τιμών εισόδου: 100 C
- 3) Περιοχή τιμών εξόδου : -39 έως +22,95 Volts
- 4) Εύρος τιμών εξόδου: 84,9 mV
- 5) Η ευαισθησία του συστήματος στη γραμμική περιοχή (-40 °C έως 50°C):

$$K = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{22,95 - (-17,46)}{50 - (-40)} = \frac{37,5}{90} = 0,449 \frac{mVolts}{^\circ C}$$

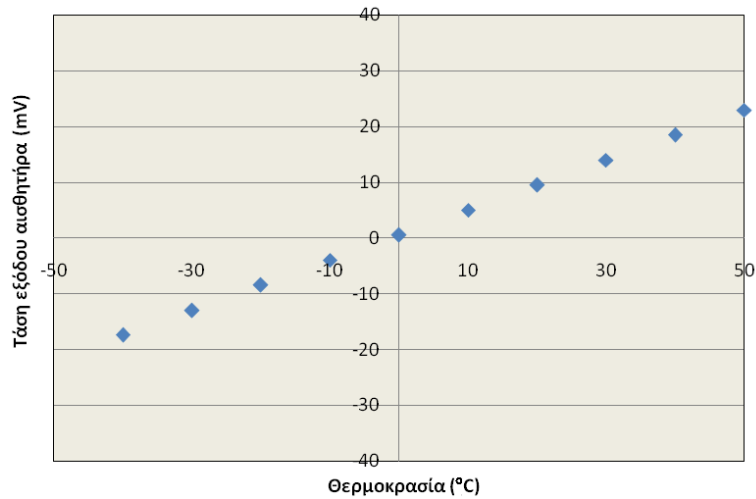
- 6) Το συστηματικό σφάλμα υπολογίζεται:

$$y_1 = K \cdot x_1 + b \Rightarrow b = y_1 - (x_1 \cdot K) = -17,46 - (-40 \cdot 0,449) = 0,5 mVolts$$

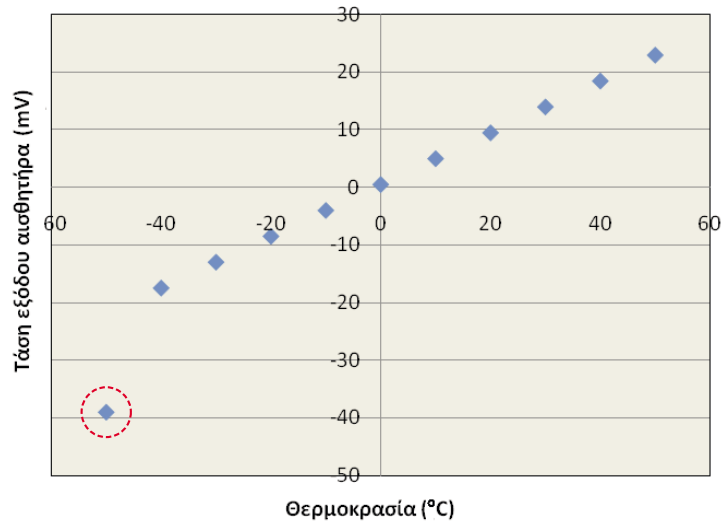
- 7) Για το μέγιστο μη γραμμικό σημείο:

$$y = x_1 K + b = -50 \cdot (0,449) + 0,5 = -21,95 mVolts$$

Η μη γραμμικότητα του μετρητικού συστήματος ως ποσοστό του εύρους εμφανίζεται στο σημείο μέτρησης των -50 °C:



$$\left| \frac{-39 - (-21,95)}{61,95} \right| \cdot 100 = -20 \% FSO$$



ΑΣΚΗΣΗ 1.22

Ένα σύστημα θερμοκρασίας έχει διακριτική ικανότητα 0,4 mV. Το σύστημα φέρει στην προδιαγραφεί του τιμή μη γραμμικότητας <0,5% FSO. Κατά τη διαδικασία της βαθμονόμησής τους σε σύστημα μέτρησης παρουσιάζει τον διπλανό πίνακα δεδομένων.

Ζητείται να εξετάσετε τη συμπεριφορά του αισθητήρα και πώς αυτόν θα τον χρησιμοποιούσατε αφού υπολογίσετε:

- 1) Το εύρος τιμών εισόδου.
- 2) Το εύρος τιμών εξόδου.
- 3) Την ευαισθησία του συστήματος.
- 4) Το συστηματικό σφάλμα.
- 5) Τη διακριτική ικανότητα του συστήματος.
- 6) Το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας ως ποσοστό του εύρους.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Παράγουμε τη γραφική παράσταση των δεδομένων στο excel:

Θερμοκρασία	Τάση εξόδου
0	0,6
10	3
20	22,3
30	32,5
40	42
50	50,5
60	61,5
70	70,5
80	80,2
90	95,4
100	96,9
110	96,92

Από την απεικόνιση του γραφήματος παρατηρούμε ότι η γραμμική περιοχή του αισθητήρα έχει περιοριστεί στο πεδίο τιμών εισόδου από 20 °C έως 80 °C για τις οποίες το σύστημα φέρει γραμμική συμπεριφορά.

- 1) Περιοχή τιμών εισόδου: 20 °C έως +80 °C. Εύρος τιμών εισόδου: 60 °C
- 2) Περιοχή τιμών εξόδου: 22,3 έως 80,2mV
Εύρος τιμών εξόδου: 57,9 mV
- 3) Υπολογίζοντας το μοντέλο της εξίσωσης βρίσκουμε:

$$m = \frac{n \sum (x \cdot y) - (\sum x) \sum y}{n \sum (x^2) - (\sum x)^2} = 0,961$$

ή πιο προσεγγιστικά

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{80,2 - 22,3}{80 - 20} = 0,965$$

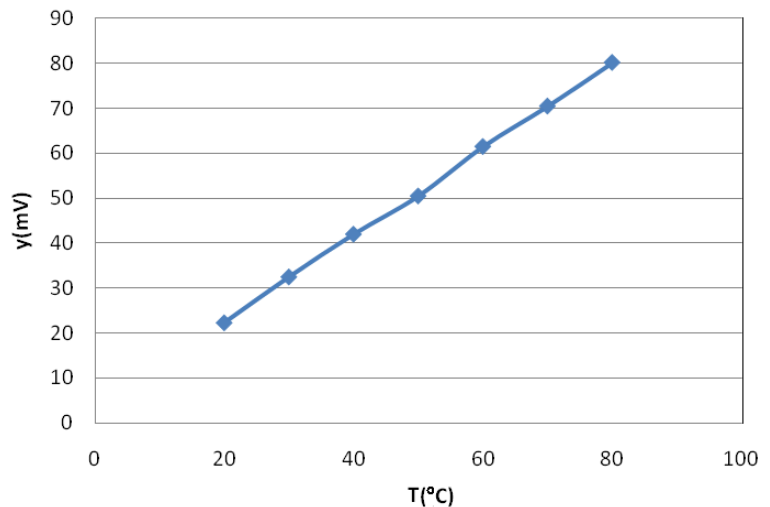
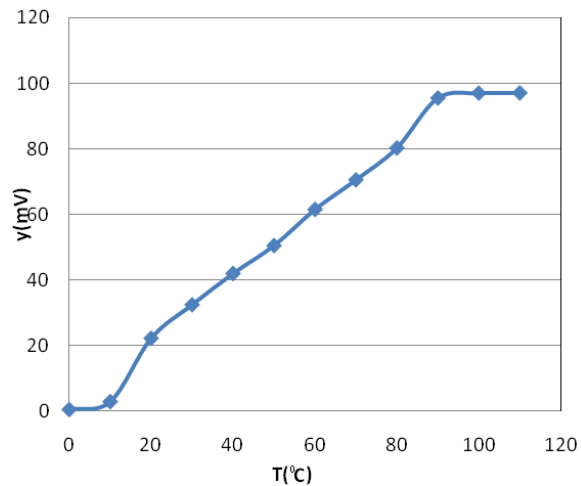
και υπολογίζοντας το συντελεστή b,

$$b = \frac{\sum y - m \sum x}{n} = 3,28$$

Οπότε:

$$y = mx + b = 0,965x + 3,28$$

Η ευαισθησία του συστήματος είναι $K=0,965\text{mV/C}$



Θερμοκρασία	Μέτρηση	y(mV)	Διαφορά
20	22,3	22,505	0,205
30	32,5	32,115	-0,385
40	42	41,725	-0,275
50	50,5	51,335	0,835
60	61,5	60,945	-0,555
70	70,5	70,555	0,055
80	80,2	80,165	-0,035

4) Το συστηματικό σφάλμα είναι +3,28mV.

5) Η διακριτική ικανότητα του συστήματος είναι:

$$K = \frac{\Delta O}{\Delta I} \Rightarrow \Delta I = \frac{\Delta O}{K} = \frac{0,4 \text{ mVolt}}{0,965 \frac{\text{mV}}{^\circ\text{C}}} = 0,41^\circ\text{C}$$

6) Η μη γραμμικότητα του μετρητικού συστήματος ως ποσοστό του εύρους εμφανίζεται στο σημείο μέτρησης των 50°C.

$$\left| \frac{0,835}{60} \right| \cdot 100 = 1,39 \% \text{ FSO}$$

Συμπέρασμα: Το όργανο δεν ακολουθεί την προδιαγραφή του. Η μη γραμμικότητα στην προδιαγραφή του οργάνου δίνεται στο εγχειρίδιο <0,5% FSO

ΑΣΚΗΣΗ 1.23

Ένα σύστημα μέτρησης βάρους χρησιμοποιεί ως αισθητήρα, στοιχείο μηκυνσιόμετρο σε κυψέλη φορτίου τύπου Z. Κατά τη βαθμονόμηση του συστήματος προέκυψε ο παρακάτω πίνακας δοκιμών της τάσης εξόδου της γέφυρας στην οποία είναι συνδεδεμένη κυψέλη συναρτήσει του βάρους βαθμονόμησης.

Ζητείται:

- 1) Η στατική ευαισθησία.
- 2) Το συστηματικό σφάλμα.
- 3) Το μέγιστο σφάλμα υστέρησης του συστήματος.
- 4) Το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας του συστήματος.

Αυξανόμενο Φορτίο		
Αριθμός δοκιμίου	Φορτίο (Kg)	Τάση εξόδου (V)
1	0	0,016
2	1	0,88
3	2	2,44
4	3	3,76
5	4	5
6	5	7,14
7	6	7,76
8	7	9,16
9	8	9,6
10	9	9,8
11	10	10

Αφαίρεση φορτίου		
Αριθμός δοκιμίου	Φορτίο (Kg)	Τάση εξόδου (V)
12	10	10
13	9	9
14	8	8,42
15	7	6,88
16	6	6,44
17	5	4,72
18	4	3
19	3	2,44
20	2	1,1
21	1	0,44
22	0	0,012

Υπολογιστικά

1) Υπολογίζοντας το μοντέλο της εξίσωσης βρίσκουμε:

$$m = \frac{n \sum(x \cdot y) - (\sum(x) \sum(y))}{n \sum(x^2) - \sum(x)^2} = 1,086 \quad b = \frac{\sum(y) - m \sum(x)}{n} = -0,070$$

$$y = mx + b = 1,086x - 0,070$$

Η ευαισθησία του συστήματος από την προβολή της εξίσωσης της γραμμής τάσης είναι: $K = 1,086 \frac{V}{Kgr}$

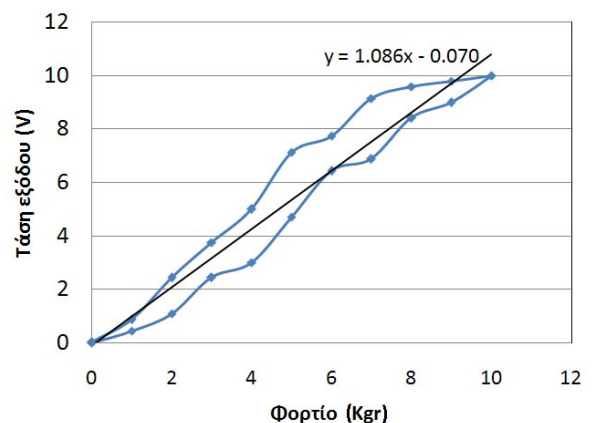
2) Το συστηματικό σφάλμα είναι ίσο με -0,070 V.

Με χρήση του λογισμικού excel

Με δεξί κλικ σε σημείο του γραφήματος επιλέγουμε προσθήκη γραμμής τάσης και προβολή της εξίσωσης, η οποία προκύπτει:

$$y = 1,086x - 0,070$$

- 3) Το μέγιστο σφάλμα υστέρησης δίνεται με βάση τον παρακάτω πίνακα για τον αριθμό δοκιμίου 5 και είναι 2,42V.
- 4) Εφαρμόζοντας την εξίσωση της γραμμής τάσης για κάθε μετρήσιμη τιμή λαμβάνουμε τον παρακάτω πίνακα. Το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας συμβαίνει στον αριθμό δοκιμίου 7 .



Αριθμός δοκιμίου	Τάση εξόδου με προσά- ξηση φορτίου (V)	Τάση εξόδου με μείωση φορτίου (V)	Διαφορά (V)
10	0,016	0,012	0,004
9	0,88	0,44	0,44
8	2,44	1,1	1,34
7	3,76	2,44	1,32
6	5	3	2
5	7,14	4,72	2,42
4	7,76	6,44	1,32
3	9,16	6,88	2,28
2	9,6	8,42	1,18
1	9,8	9	0,8
0	10	10	0

Φορτίο	Τάση εξόδου (V)	$y = 1,086x - 0,070$
0	0,016	0,086
1	0,88	-0,136
2	2,44	0,338
3	3,76	0,572
4	5	0,726
5	7,14	1,78
6	7,76	1,314
7	9,16	1,628
8	9,6	0,982
9	9,8	0,096
10	10	-0,79
10	10	-0,79
9	9	-0,704
8	8,42	-0,198
7	6,88	-0,652
6	6,44	-0,006
5	4,72	-0,64
4	3	-1,274
3	2,44	-0,748
2	1,1	-1,002
1	0,44	-0,576
0	0,012	0,082